

# Représenter les nombres ( et compter avec )

notice, etc: cf [dossier](#)

- **Compter sur les doigts** (dactylogonomie)

( Variantes: entailles, cailloux, jetons (→“calculus”) )



- Pour **compter jusqu'à 10 (5 par main)** → 10 doigts ou signes.

“Binaire des doigts levés”: pourrait s'écrire 0, 1, 11, 111, 1111, ...

**Addition:** copier-coller les 1.

→ Facile, mais gros gaspillage de doigts ! 😊

- **Compter jusqu'à 144 (12 par main):** sur les phalanges (asie, égypte, celtes...)

Main gauche: 0 à 12

Main droite: compte les douzaines

**Addition:** +1+1+1...

- **Chiffres romains:** symboles I V X L C D M

... qui se modifient l'un l'autre.

I=1, V=5, IV=4, VI = 6



→ Pas commode pour compter !

**Addition:** combien font DCLXXIV + CDXLVII ?

et multipliés ? 😊

• Notation **positionnelle** (“chiffres arabes”<sup>~Xème et antérieur</sup>) + le zéro:

→ Calcul facile ! 😊

<b>Ebrahmi</b>	—	=	≡	+	μ	Ϸ	7	5	7
<b>Indou</b>	०	१	२	३	४	५	६	७	८
<b>Arabe</b>	•	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
<b>Médiéval</b>	0	I	2	3	4	5	6	7	8
<b>Actuel</b>	0	1	2	3	4	5	6	7	8

- **Décimal (base 10):** chiffres = symboles = 0, ... 9

$$\text{nombre} = \quad \mathbf{4} \quad \mathbf{2} \quad \mathbf{8}$$

$$\quad \quad \quad \times 100 \quad \times 10 \quad \times 1 = 428$$

10 dizaines

**Addition:**

$$\begin{array}{r} 09 \\ + 01 \\ \hline 10 \end{array} \quad \text{(symbole max +1} \rightarrow \text{retenue ajoutée colonne suivante)}$$

- **Base 5:** symboles = 0, ... 4

$$\quad \quad \quad \mathbf{3} \quad \mathbf{2} \quad \mathbf{0} \quad \mathbf{3}$$

$$\quad \quad \quad \times 125 \quad \times 25 \quad \times 5 \quad \times 1 = 428$$

**Addition:**

$$\begin{array}{r} 14 \\ + 01 \\ \hline 20 \end{array} \quad \text{(symbole max +1} \rightarrow \text{retenue ajoutée colonne suivante)}$$

- **Binaire:** symboles = 0, 1                      bits:

$$\quad \quad \quad \mathbf{1} \quad \mathbf{1} \quad \mathbf{0} \quad \mathbf{1} \quad \mathbf{0}$$

$$\quad \quad \quad \times 16 \quad \times 8 \quad \times 4 \quad \times 2 \quad \times 1 = 26$$

**Table d'addition:**

$$\begin{array}{l} 0+0 = 0 \\ 0+1 = 1 \\ 1+0 = 1 \\ 1+1 = 10 \end{array} \quad \text{(symbole max +1} \rightarrow \text{retenue ajoutée colonne suivante)}$$

→ Et avec vos doigts ? 😊

Avec 10 doigts: On peut compter jusqu'à... 1023. 😊

Avec 2 mains, on peut additionner 2 nombres jusqu'à 31  
( mais il faut être souple 😊 )

# Logique Booléenne:

## Plus simple que le calcul... pour fabriquer du calcul

0 = faux, 1 = vrai

"Table de vérité" de ET ,			OU ,			OU exclusif ,			NON :	
il faut tout vrai			il faut au moins 1 vrai			1 vrai, mais 1 seul			contraire de	
A	B	S	A	B	S	A	B	S	A	S
0	ET	0 = 0	0	OU	0 = 0	0	OUx	0 = 0	NON	0 = 1
0	ET	1 = 0	0	OU	1 = 1	0	OUx	1 = 1	NON	1 = 0
1	ET	0 = 0	1	OU	0 = 1	1	OUx	0 = 1		
1	ET	1 = 1	1	OU	1 = 1	1	OUx	1 = 0		

NB: 2 suffiraient pour faire les 2 autres:

$$\text{OUx} = (\text{A ou B}) \text{ et non}(\text{A et B})$$

$$\text{ET} = \text{non}(\text{non A ou non B})$$

### Portes logiques et Circuit Booléens :

Logique en dessin → 2 fils pour l'entrée, 1 fil pour la sortie.



### Comment faire une addition avec ça ?

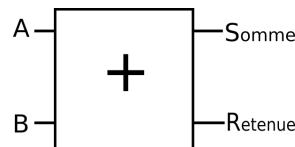
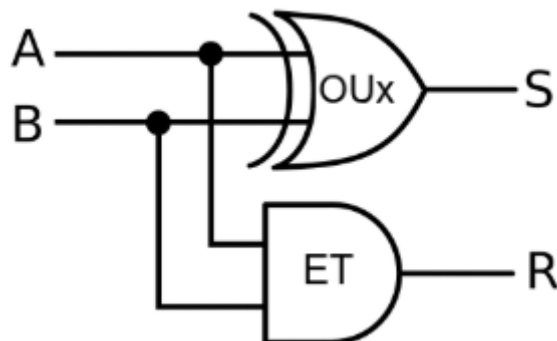


Table d'addition:

A	B	R	S
0	+	0	0
0	+	0	1
1	+	0	1
1	+	1	0
		↑	↑
		ET	OUx



### Et avec plusieurs chiffres ?

Il faut ajouter les deux chiffres,  
 mais ensuite il faut ajouter l'éventuelle retenue venue de plus bas:  
 $(A+B) + R \rightarrow$  sortie: S & R

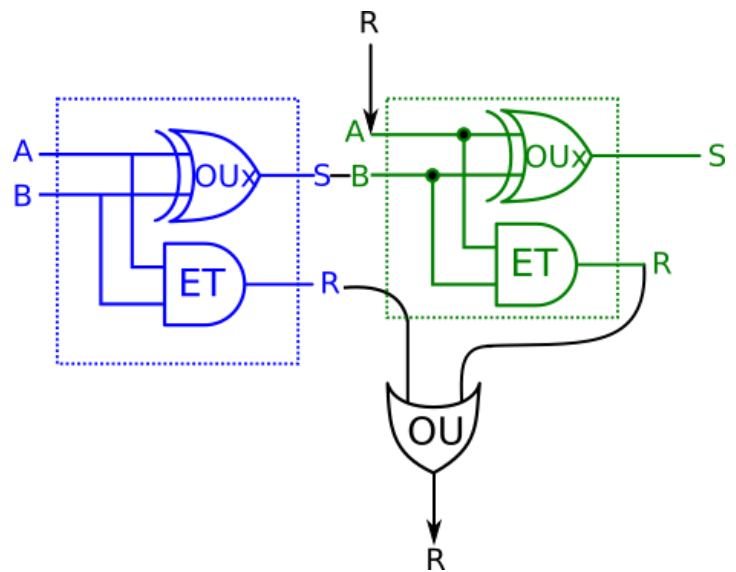
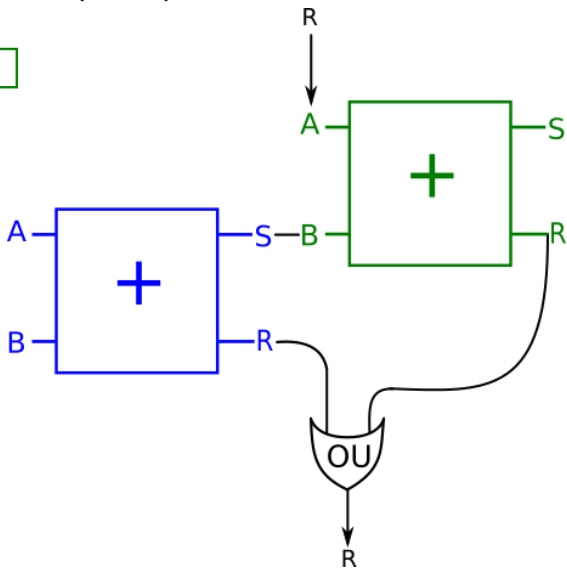
## Et avec plusieurs chiffres ?

Il faut ajouter les deux chiffres,  
mais ensuite il faut ajouter l'éventuelle retenue venue de plus bas:

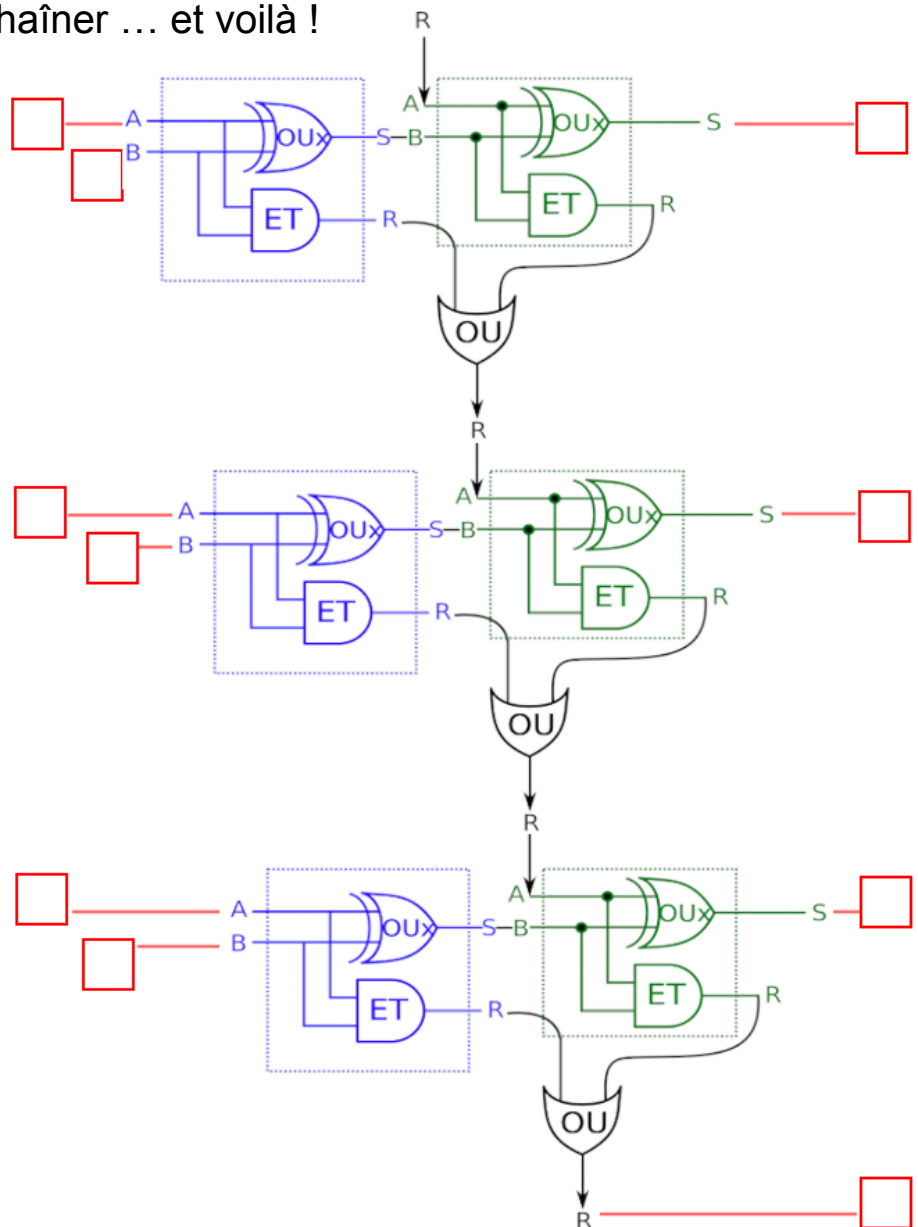
AB S

$(A+B) + R \rightarrow$  sortie: S & R

11  
01  
10



→ On peut alors enchaîner ... et voilà !

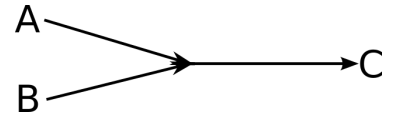


# Comment fabriquer une machine qui fait ça ?

## En électronique:

1 = courant , 0 = pas de courant

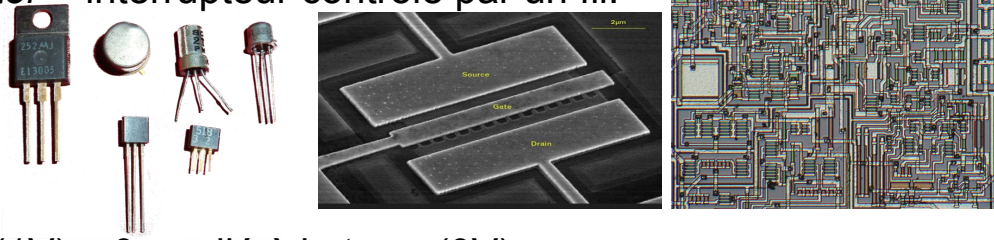
- Idée naïve: OU = on connecte les fil de courant.



Problème: 2 x plus de courant en C, pire quand on enchaîne.

→ Version indirecte: A ou B **déclenche** C

→ On utilise un *transistor* = interrupteur contrôlé par un fil.

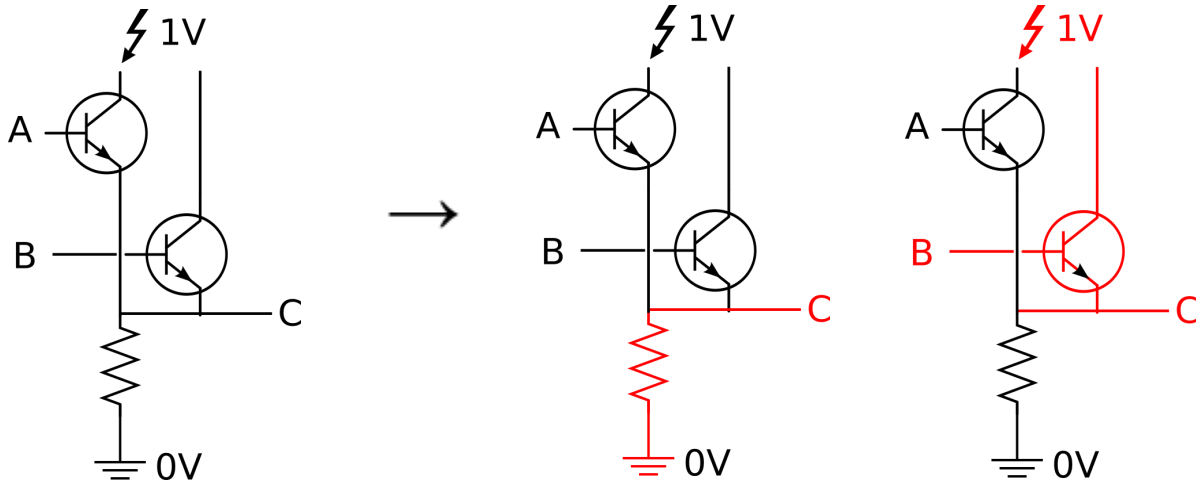


→ 1 = relié au courant (1V) , 0 = relié à la terre (0V)

Même principe qu'allumer une ampoule en C à partir d'interrupteurs A et B.

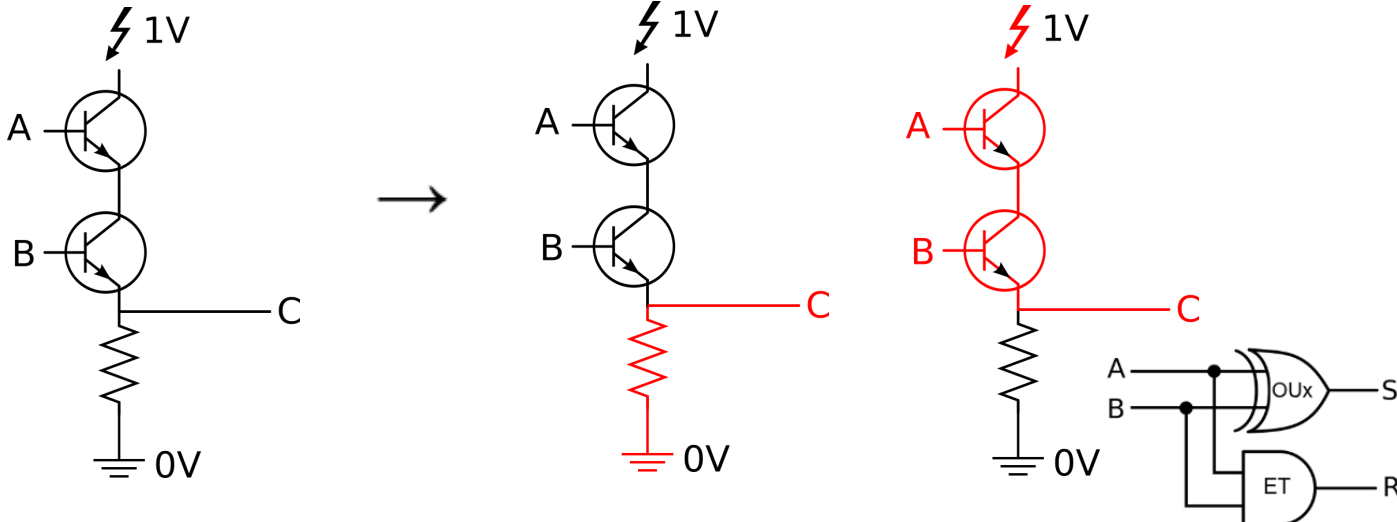
### OU: en parallèle

A et B éteints: sortie C reliée à la terre. A ou B déclenchés: sortie C connectée au 1V



### ET: en série

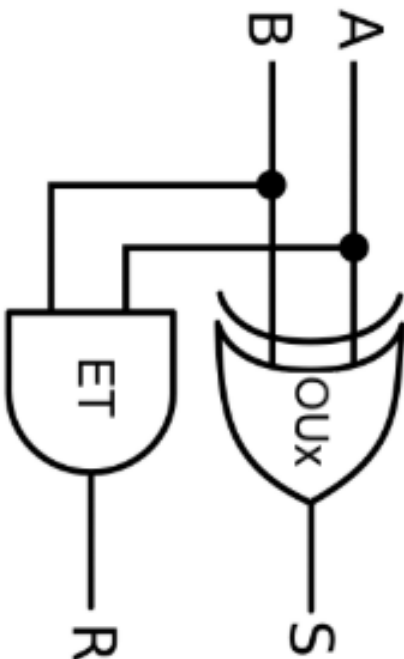
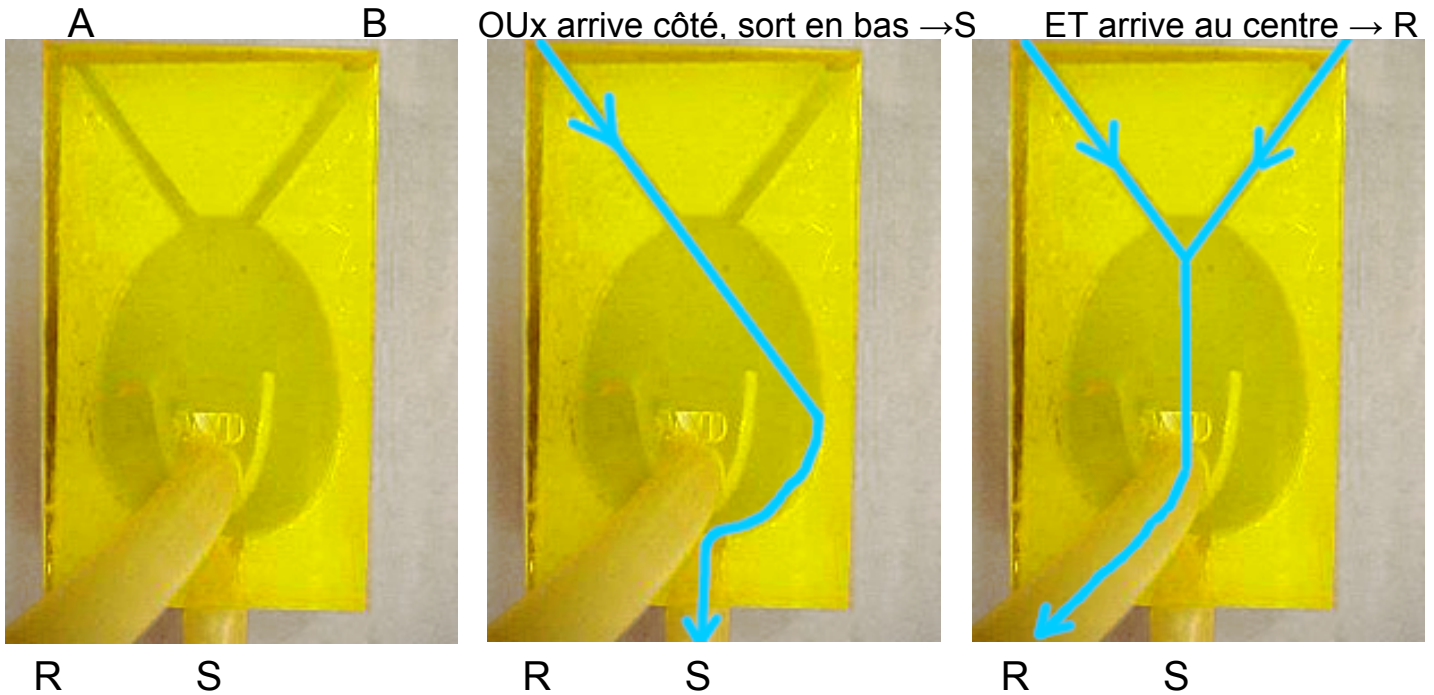
A et B éteints: sortie C reliée à la terre. A et B déclenchés: sortie C connectée au 1V



# Comment fabriquer une machine qui fait ça ?

## Composants à eau:

- **Méthode 1:** 1 ou 0 = jets d'eau arrivent ou pas en A et B

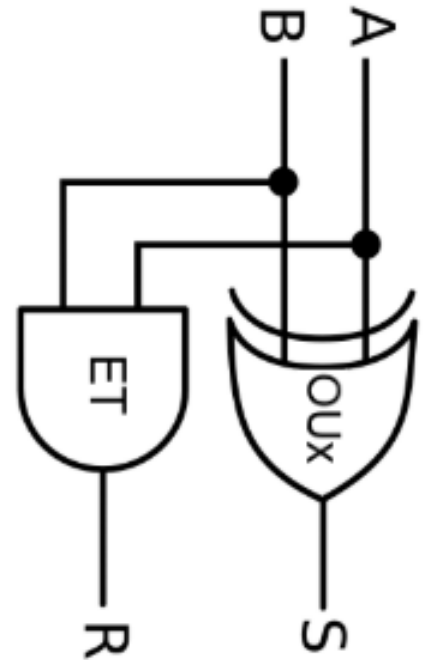
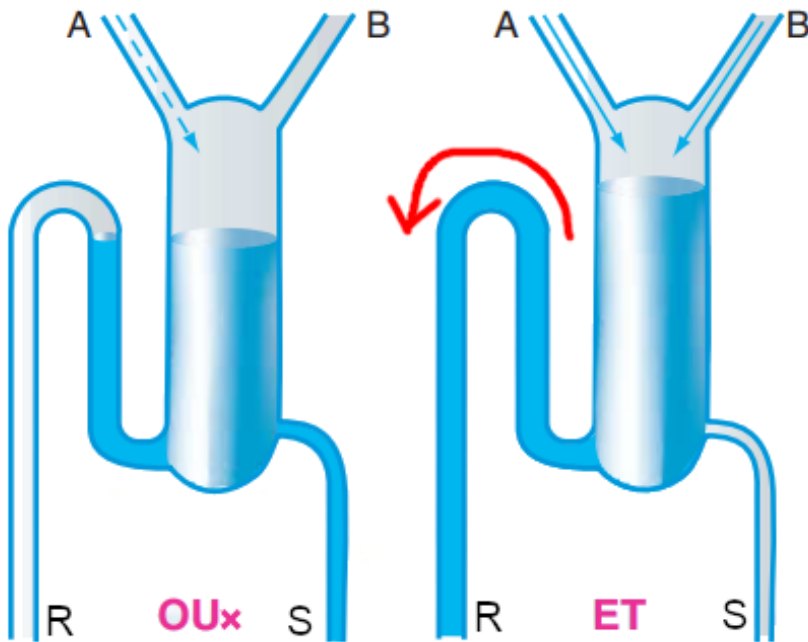


### Problèmes:

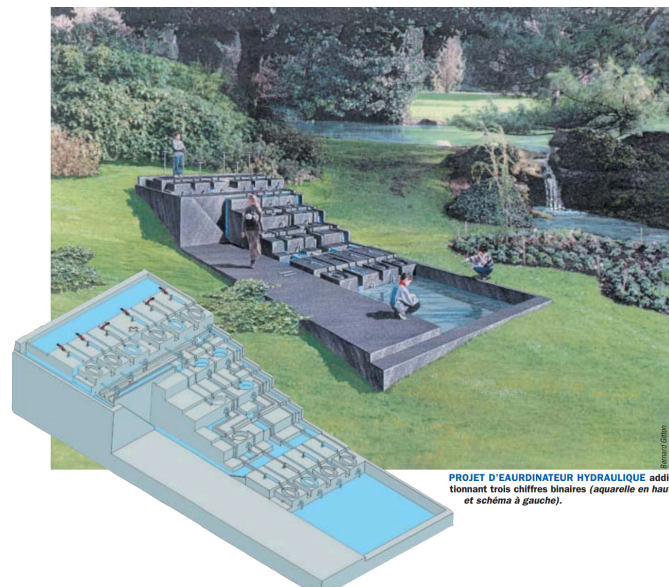
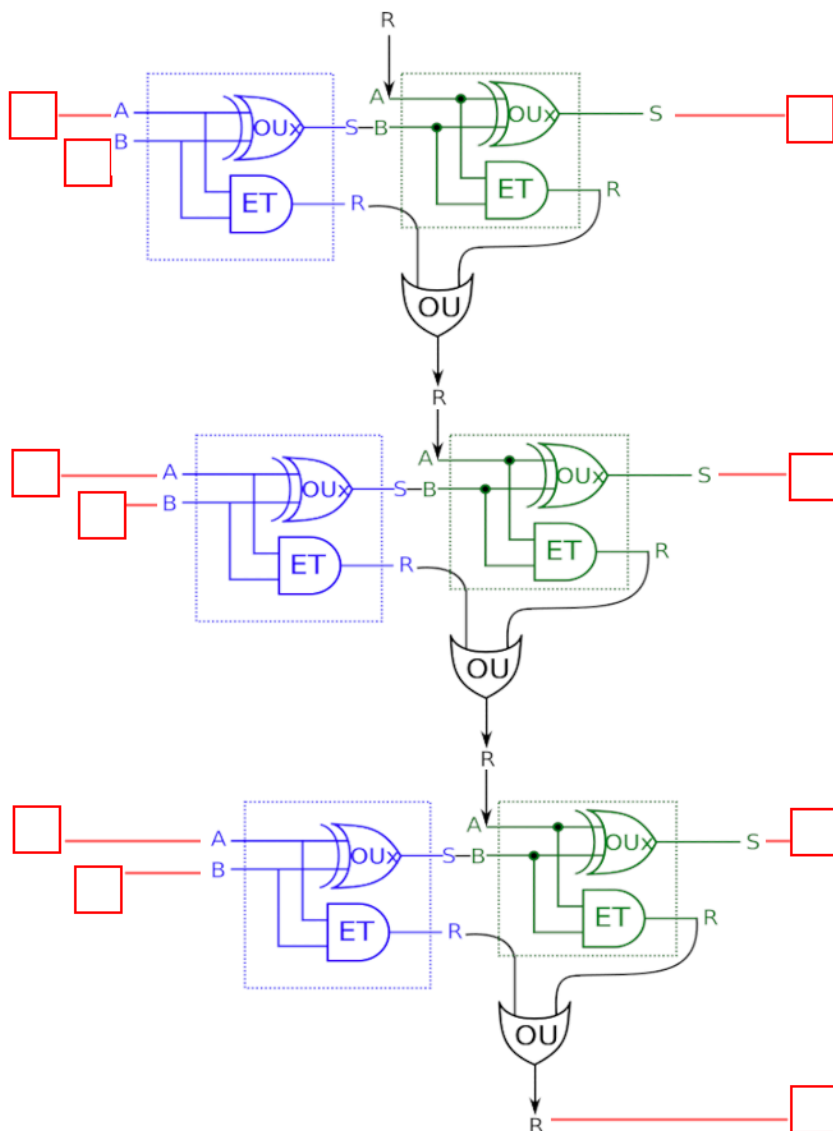
- Les 2 jets doivent arriver pile en même temps
- 2 x plus d'eau sort du ET

## - Méthode 2: Siphon de chasse d'eau

1+1 fait déborder, et vide tout rapidement.  
( S s'écoule lentement )



→ Plus qu'à compléter les paires de **demi-additionneurs**, et enchaîner !



PROJET D'EAURIDINATEUR HYDRAULIQUE additionnant trois chiffres binaires (aquarelle en haut et schéma à gauche).

# Comment fabriquer une machine qui fait ça ?

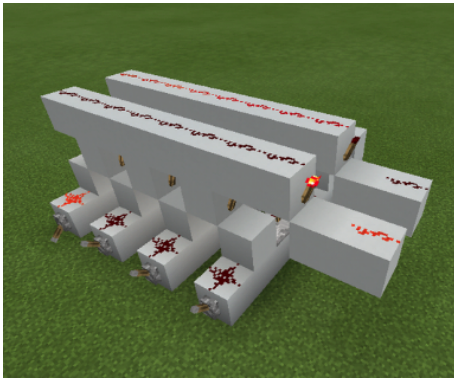
Plein d'autres façons 😊 :

- En simulation: **MineCraft** ("redstone")

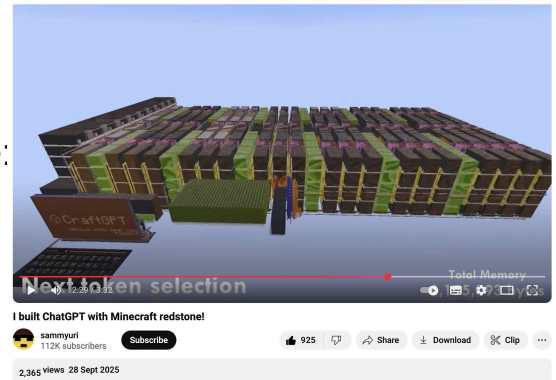
Composants redstone: blocs énergie, interrupteur, conducteur, torche (=NON)



Additionneur:



"ChatGPT" en redstone:  
( ou presque 😊 )  
439 millions de blocs !



- Avec de l'hydraulique:



Boîte de vitesse automatique

Entrée: régime moteur, accélérateur...

Sortie: valves déclenchant embrayage et déplaçant engrenages

- ~ **Nos neurones !** Intégration synaptique

Se déclenche si excitation > seuil → OU = seuil bas ET = seuil haut

Synapses excitatrices ou inhibitrices

( Mais un neurone est + compliqué, pas d'additionneur dans le cerveau... mais on devrait pouvoir 😊 )

